

## Урок №4 (15.09.2006)

### Электрическое поле в диэлектриках и проводниках.

*Завтра встречаемся в 14:00 в зале пригородных касс Белорусского вокзала!*

#### 1. Электрическое поле в разных средах.

- Отсутствие поля в металлах (проводниках).
- Следствия: 1.) если проводник заряжен, то заряды располагаются на поверхности проводника; 2.) если в центр проводящей сферы поместить заряд, то силовые линии на проводнике обрываются, а потом продолжают так, как будто никакой сферы нет; 3.) силовые линии перпендикулярны поверхности проводника.
- Поле в диэлектриках. Диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$ .

#### 2. Силовые линии электрического поля.

Свойства силовых линий:

- касательная к силовой линии в любой её точке совпадает с направлением вектора поля  $\vec{E}$  в этой точке;
- «густота» силовых линий (т.е. число силовых линий проходящих через перпендикулярную единичную площадку) пропорциональна модулю вектора поля  $\vec{E}$ ;
- силовые линии начинаются и заканчиваются только на зарядах;
- количество силовых линий, начинающихся или заканчивающихся на заряде, пропорционально заряду.

Как ведут себя силовые линии в диэлектрике и проводнике?

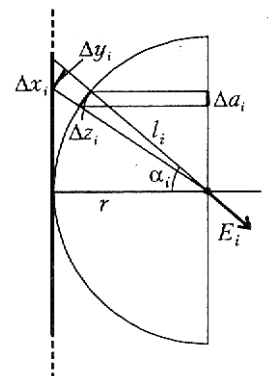
#### 3. Принцип суперпозиции.

Мы уже считали поле, создаваемое заряженным кольцом, на оси этого кольца. Попробуем теперь посчитать поле, создаваемое бесконечной заряженной нитью с плотностью заряда  $\lambda$  на расстоянии  $r$  от нити<sup>1</sup>. Разобьем нить на маленькие кусочки и запишем принцип суперпозиции:

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i,$$

где

$$E_i = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 l_i^2}, \quad q_i = \lambda \Delta x_i, \quad l_i^2 = r^2 + x_i^2.$$



Параллельные составляющие, очевидно, сокращаются, поэтому для модуля результирующего поля получим:

<sup>1</sup> По статье Д.Александрова «Принцип суперпозиции и напряженность электрического поля», см. «Приложение к журналу Квант», №3/2001

$$E = \sum E_{i\perp} = \sum \frac{\lambda \Delta x_i}{4\pi\epsilon_0 l_i^2} \cos \alpha_i.$$

Эту ужасную сумму можно посчитать, воспользовавшись геометрической интерпретацией. Для этого проведём касающуюся нити окружность с центром в точке наблюдения. Тогда  $\Delta y_i = \Delta x_i \cos \alpha_i$ ,  $\frac{\Delta z_i}{\Delta y_i} = \frac{r}{l_i} = \cos \alpha_i$ . Подставляя это в нашу сумму и вынося константы, получаем:

$$\begin{aligned} E &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sum \frac{r \Delta y_i}{l_i} \frac{r}{l_i} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sum \Delta z_i \cos \alpha_i = \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sum \Delta a_i = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r^2} 2r = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}. \end{aligned} \quad \blacksquare$$

Посчитаем теперь поле **равномерно заряженной плоскости**. Пусть поверхностная плотность заряда равна  $\sigma$ . Разрежем плоскость на тонкие полоски, шириной  $\Delta x$ . Заряд единицы длины такой полоски равен  $\lambda = \sigma \Delta x$ , а поле, создаваемое  $i$ -той полоской равно

$$E_i = \frac{\sigma \Delta x_i}{2\pi\epsilon_0 l_i}.$$

Согласно принципу суперпозиции

$$E = \sum E_i \cos \alpha_i = \sum \frac{\sigma \Delta x_i \cos \alpha_i}{2\pi\epsilon_0 l_i}.$$

Подставляя аналогично предыдущей задаче, получаем:

$$\begin{aligned} E &= \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \sum \frac{\Delta x_i \cos \alpha_i}{l_i} = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \sum \frac{\Delta y_i}{l_i} = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0 r} \sum \frac{\Delta y_i r}{l_i} = \\ &= \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0 r} \sum \Delta z_i = \frac{\sigma \pi r}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \end{aligned} \quad \blacksquare$$

Мы получили удивительный факт: поле заряженной плоскости *не зависит от расстояния до плоскости!* Такое поле называется *однородным*.